

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỶ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2015
Môn thi: TOÁN – Giáo dục trung học phổ thông
ĐỀ THI CHÍNH THỨC Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$

Câu 2 (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$

Câu 3 (1,0 điểm)

- a) Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 1 + 5i = 0$. Tìm phần thực và phần ảo của z
 b) Giải phương trình: $\log_2(x^2 + x + 2) = 3$

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-3)e^x dx$

Câu 5 (1,0 điểm): Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho các điểm A (1;-2;1), B(2;1;3) và mặt phẳng (P) $x - y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB và tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P).

Câu 6 (1,0 điểm)

- a) Tính giá trị của biểu thức $P = (1 - 3\cos 2\alpha)(2 + 3\cos 2\alpha)$ biết $\sin \alpha = \frac{2}{3}$
 b) Trong đợt phòng chống dịch MERS-CoV. Sở y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong số 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng TPHCM và 20 đội của Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

Câu 7 (1,0 điểm): Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ACBD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ACBD)$ bằng 45° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AC .

Câu 8 (1,0 điểm): Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu của A trên cạnh BC; D là điểm đối xứng của B qua H; K là hình chiếu của vuông góc C trên đường thẳng AD. Giả sử H (-5;-5), K (9;-3) và trung điểm của cạnh AC thuộc đường thẳng: $x - y + 10 = 0$. Tìm tọa độ điểm A

Câu 9 (1,0 điểm): Giải phương trình: $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x + 1)(\sqrt{x + 2} - 2)$ trên tập số thực

Câu 10 (1,0 điểm) Cho các số thực a, b, c thuộc đoạn $[1,3]$ và thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 6$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 12abc + 72}{ab + bc + ca} - \frac{1}{2}abc$$

BÀI GIẢI

Câu 1:

- a) Tập xác định là \mathbb{R} , $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hay $x = 1$
 Đồ thị hàm số đạt 2 cực trị tại: A (-1 ; 2) hay B (1 ; -2)
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.

Bảng biến thiên

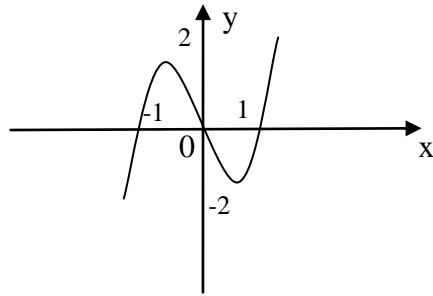
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 2 CĐ	↘ -2 CT	↗ $+\infty$	

Hàm số đồng biến trên 2 khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$

Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$

$$y''' = 6x; y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0. \text{ Điểm uốn I (0; 0)}$$

Đồ thị :



Câu 2: $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$ trên $[1; 3]$ ta có : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$$f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = \frac{13}{3}. \text{ Vậy : } \min_{[1;3]} f(x) = 4; \max_{[1;3]} f(x) = 5.$$

Câu 3: a) $(1-i)z - 1 + 5i = 0 \Leftrightarrow (1-i)z = 1 - 5i$

$$\Leftrightarrow z = \frac{1-5i}{1-i} = \frac{(1-5i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1-4i-5i^2}{2} = 3-2i$$

Vậy phần thực của z là 3; phần ảo của z là -2.

b) $\log_2(x^2 + x + 2) = 3 = \log_2 8 \Leftrightarrow x^2 + x + 2 = 8 \Leftrightarrow x = 2 \text{ hay } x = -3$

Câu 4: $I = \int_0^1 (x-3)e^x dx$

Đặt $u = x - 3 \Rightarrow du = dx$. Đặt $dv = e^x dx$, chọn $v = e^x$

$$I = (x-3)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = -2e + 3 - e^x \Big|_0^1 = 4 - 3e$$

Câu 5: a) AB đi qua $A(1; -2; 1)$ và có 1 VTCP $\vec{AB} = (1; 3; 2)$ nên có pt:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$$

b) Tọa độ giao điểm M của AB và (P) là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2} \\ x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow M(0; -5; -1)$$

Câu 6:

$$a) P = \left[1 - 3(1 - 2\sin^2 \alpha)\right] \left[2 + 3(1 - 2\sin^2 \alpha)\right] \Rightarrow P = \left[1 - 3\left(1 - \frac{8}{9}\right)\right] \left[2 + 3\left(\frac{1}{9}\right)\right] = \frac{14}{9}$$

b) Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{25}^3 = 2300$

A là biến cố có ít nhất 2 đội của các trung tâm y tế cơ sở.

Số phần tử của A là: $n(A) = C_{20}^2 C_5^1 + C_{20}^3 = 2090$

$$\text{Xác suất thỏa ycbt là : } P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{209}{230}$$

Câu 7:

a) Do góc $SCA = 45^\circ$ nên tam giác

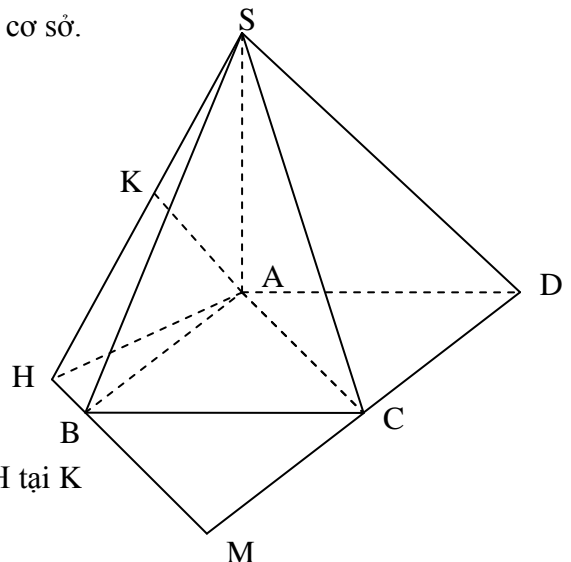
SAC vuông cân tại A

Ta có $AS = AC =$

$$= a\sqrt{2} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$$

b) Gọi M sao cho $ABMC$ là hình bình hành

Vẽ AH vuông góc với BM tại H , AK vuông góc SH tại K



Suy ra, AK vuông góc (SBM)

$$\text{Ta có: } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{2a^2} = \frac{5}{2a^2}$$

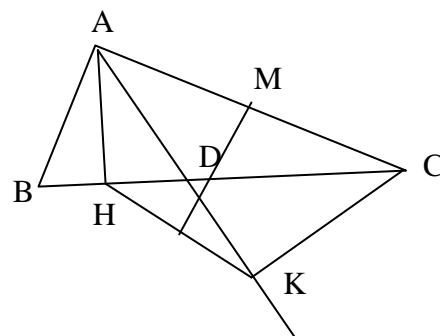
$$\text{Vì AC song song (SBM) suy ra } d(AC, SB) = d(A; (SBM)) = AK = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

Câu 8:

Đường trung trực HK có phương trình $y = -7x + 10$

cắt phương trình (d): $x - y + 10 = 0$ tại điểm M (0; 10).

Vì ΔHAK cân tại H nên điểm A chính là điểm đối xứng của K qua MH : $y = 3x + 10$, vậy tọa độ điểm A (-15; 5).



Câu 9: ĐK : $x \geq -2$

$$\frac{(x-2)(x+4)}{x^2-2x+3} = (x+1) \frac{x-2}{\sqrt{x+2}+2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \frac{x+4}{x^2-2x+3} = \frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} \end{cases} \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow (x+4)(\sqrt{x+2}+2) = (x+1)(x^2-2x+3)$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x+2}^2+2)(\sqrt{x+2}+2) = [(x-1)+2][\sqrt{(x-1)^2+2}] \quad (2)$$

Đặt $f(t) = (t+2)(t^2+2) = t^3+2t^2+2t+4$ với $\forall t \in \mathbf{R}$

$$f'(t) = 3t^2+4t+2 > 0 \Rightarrow f(t) \text{ đồng biến}$$

$$\text{Vậy (2)} \Leftrightarrow x-1 = \sqrt{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2-2x+1 = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}. \text{ Vậy } x=2 \text{ hay } x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Câu 10: } P = \frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+12abc+72}{ab+bc+ca} - \frac{1}{2}abc$$

$$\text{Ta có: } (ab+bc+ca)^2 = a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c) \\ = a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+12abc$$

$$\text{Đặt } x = ab+bc+ca \leq \frac{(a+b+c)^2}{3} = 12$$

Ta có : $a, b, c \in [1; 3]$

$$\Rightarrow (a-1)(b-1)(c-1) \geq 0 \Rightarrow abc - (ab+bc+ca) + a+b+c - 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow abc - x + 5 \geq 0 \Rightarrow abc \geq x - 5$$

$$\text{Lại có: } (a-3)(b-3)(c-3) \leq 0 \Rightarrow abc - 3(ab+bc+ca) + 9(a+b+c) - 27 \leq 0$$

$$\Rightarrow abc \leq 3x - 27$$

$$\text{Vậy: } 3x - 27 \geq abc \geq x - 5$$

$$3x - 27 \geq x - 5 \Rightarrow 2x \geq 22 \Rightarrow x \geq 11$$

$$P = \frac{x^2+72}{x} - \frac{1}{2}abc \leq \frac{x^2+72}{x} - \frac{1}{2}(x-5) = \frac{x}{2} + \frac{72}{x} + \frac{5}{2} \quad (x \text{ thuộc } [11; 12])$$

$$\Rightarrow P' = \frac{1}{2} - \frac{72}{x^2} \leq 0 \Rightarrow P \leq \frac{11}{2} + \frac{72}{11} + \frac{5}{2} = \frac{160}{11}$$

$$P = \frac{160}{11} \text{ khi } a=1, b=2, c=3. \text{ Vậy } \max P = \frac{160}{11}.$$

HẾT